

边坡稳定分析的神经网络改进模糊点估计法

舒苏荀, 龚文惠

(华中科技大学 土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 边坡稳定性分析中, 模糊点估计法能同时考虑模糊不确定性和随机不确定性因素。针对传统模糊点估计法计算工作量大的缺点, 提出一种神经网络改进模糊点估计法。利用拉丁超立方抽样法和径向基函数神经网络(RBF)建立边坡安全系数的预测模型; 对黏聚力和内摩擦角等模糊随机变量取 λ 截集, 并在各截集水平对参数进行组合; 利用建立的预测模型对各参数组合的安全系数进行预测; 最后由统计矩点估计法计算边坡的可靠度指标。实例分析表明: 改进模糊点估计法使用方便、结果可靠, 且能通过增加 λ 截集水平的数目来提高计算精度。对于含有 2~4 个模糊随机变量的边坡, 采用改进模糊点估计法计算可靠度时 λ 截集水平的数目可近似取 25。

关 键 词: 边坡稳定性; 模糊点估计法; 拉丁超立方抽样; RBF 神经网络; 可靠度

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)07-2111-06

An improved fuzzy point estimate method for slope stability analysis based on neural network

SHU Su-xun, GONG Wen-hui

(School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: The fuzzy point estimate method can simultaneously consider fuzzy and random uncertainty in slope stability analysis. To overcome the drawbacks of a great deal of computing existing in traditional fuzzy point estimate method, an improved fuzzy point estimate method is proposed on the basis of artificial neural network. Firstly, the Latin hypercube sampling method and radial basis function (RBF) neural network are adopted to establish a prediction model for determining safety factor of slopes. Secondly, fuzzy-random variables, i.e. cohesion and friction angle, are transformed into interval numbers by the λ cut set approach, and then combined at each cut set level. The corresponding safety factor of each variable combination is obtained with the established prediction model. Finally, reliability index of slope is calculated using the point estimate method. A practical example is analyzed, showing that the proposed method is convenient and reliable to evaluate slope stability, and can be further improved to increase the computational accuracy of slope reliability index by increasing the number of λ cut set levels. For those slopes with 2-4 fuzzy-random variables, as the proposed method is used to compute the reliability of a slope, the number of λ cut set levels is recommended to be 25.

Keywords: slope stability; fuzzy point estimate method; Latin hypercube sampling; RBF neural network; reliability

1 引 言

边坡工程中存在大量不确定性, 包括随机性和模糊性。随机性由条件不充分、事物间因果关系不明确所致, 表现为对结果的不可预知性, 如试验中的测量误差、未来的降雨量等; 模糊性由事物在中间过渡阶段呈现的亦此亦彼性导致, 表现为对特征、机制以及边界的认识不清晰, 如概化模型、计算简化、测量精度以及设计施工数据不足等^[1-3]。这些不

确定性在很大程度上影响着边坡安全性评价结果。

目前的边坡可靠度分析中, 采用随机变量模型或随机场模型的方法一定程度上考虑了随机性影响。然而, 随机性和模糊性往往是同时存在的, 需对模糊性因素也加以考虑。蒋建群和徐辉^[4]、吕玺琳等^[5]、谭文辉和蔡美峰^[1]、谭晓慧等^[6]、王宇等^[7]均在这方面进行了研究。其中, 谭文辉和蔡美峰^[1]以及王宇等^[7]采用的模糊点估计法既能考虑边坡参数的模糊分布类型, 又无需求导、积分等复杂运算,

是一种相对较好的方法。但对于包含 n 个模糊随机变量的边坡, 取 m 个 λ 截集水平时, 该方法需进行 $m2^n$ 次确定性分析, 计算工作量较大。

为减少模糊点估计法的计算工作量, 提高计算效率和精度, 本文提出一种神经网络改进模糊点估计法。利用拉丁超立方抽样 (Latin hypercube sampling, LHS) 法和 RBF 神经网络建立边坡安全系数的预测模型, 对模糊随机变量在各截集水平上的参数组合进行安全系数的预测, 用预测代替具体的确定性分析过程, 基于统计矩点估计法计算边坡的模糊随机可靠度。

2 安全系数的神经网络预测模型

2.1 拉丁超立方抽样法

LHS 法^[8]是一种多维分层抽样方法, 其抽样思想为: 根据抽样次数将每个变量的分布区间按概率等分为若干个互不重叠的子区间, 再在各子区间内利用逆变换法抽取该变量的样本, 最后将各变量的抽样值随机组合形成一个多维矩阵^[9-10]。如图 1 所示, 利用 LHS 法对两个无量纲的随机变量 X_1 (分布范围在 0~6 之间) 和 X_2 (分布范围在 4~10 之间) 抽取 5 组样本。当 X_1 和 X_2 服从均匀分布时, LHS 的一次抽样结果见图 1(a); 当 X_1 和 X_2 服从正态分布时, LHS 的一次抽样结果见图 1(b)。

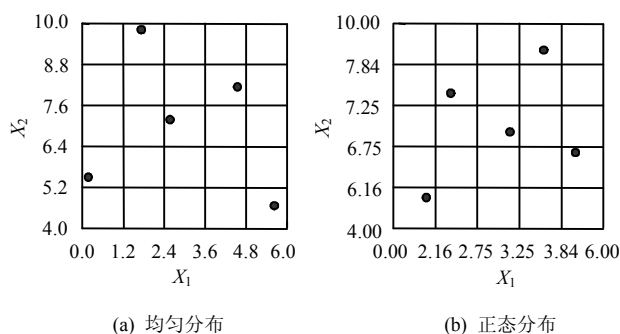


图 1 对两个随机变量的拉丁超立方抽样
Fig.1 Latin hypercube sampling of two variables

与随机取样法、均匀设计法和正交设计法不同, LHS 法能同时满足以下条件: ①样本具有良好的均匀性和代表性; ②所抽取的变量数目以及试验次数不受限制; ③对独立变量和相关变量均能进行抽样; ④抽样估值稳定, 较少的样本就能反映变量的概率分布; ⑤操作简单 (用 Matlab 工具箱中的 lhsdesign 和 lhsnorm 函数或 @Risk 软件均可实现)。

为提高样本质量, 减小样本规模, 本文采用 LHS 法对边坡参数进行抽样, 以其作为神经网络的

输入样本。

2.2 RBF 神经网络

人工神经网络 (主要是 BP 神经网络和 RBF 神经网络) 与支持向量机 (support vector machine, SVM) 均能对边坡的位移、安全系数等进行预测, 但人工神经网络的预测效果要明显优于 SVM^[11-12]。由于 RBF 神经网络在学习效率、函数逼近能力等方面均优于 BP 神经网络^[13], 本文利用 RBF 神经网络建立边坡安全系数的预测模型。

RBF 神经网络由输入层、隐层和输出层构成。输入层接收外界信息; 隐层利用径向基函数将输入空间非线性变换到隐空间; 输出层为输入模式提供响应。图 2 为具有单输出变量的 RBF 神经网络的典型结构, 设其中的输入向量为 $X = (x_1, x_2, \dots, x_l)^T$, 隐层向量为 $R = (R_1, R_2, \dots, R_p)^T$, 输出响应为 $F(X)$, 隐层到输出层的权重向量为 $W = (w_1, w_2, \dots, w_p)^T$ 。

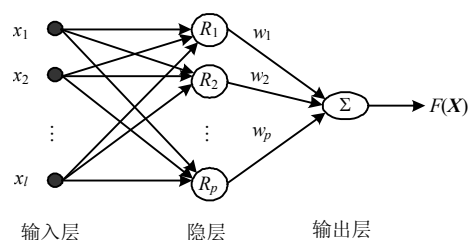


图 2 单输出变量的 RBF 神经网络结构
Fig.2 Structure of single-output RBF neural network

径向基函数选择高斯核函数时, 隐层单元 R_h ($h=1, 2, \dots, p$) 可表示为

$$R_h = \exp\left(-\frac{\|X - C_h\|^2}{2\sigma_h^2}\right) \quad (1)$$

式中: C_h 与 σ_h 分别为 R_h 的径向基函数中心向量和宽度; $\|X - C_h\|$ 表示 X 与 C_h 之间的欧氏距离。

对隐层单元进行线性叠加, 得到 RBF 神经网络的输出响应为

$$F(X) = \sum_{h=1}^p w_h R_h \quad (2)$$

通过式 (1)、(2), RBF 神经网络建立了输入向量 X 与输出响应 $F(X)$ 的映射。

2.3 建立安全系数的预测模型

首先, 根据岩土体物理力学参数的分布特征, 由 LHS 法取样, 取样过程中无须考虑数值为常数的参数。由于边坡安全系数的 RBF 神经网络预测模型的结构较为简单, 可根据经验近似取样本规模为模糊随机变量数目 n 的 12 倍。

其次,根据相关资料,确定边坡可能的滑面破坏模式;利用 Morgenstern-Price (M-P) 极限平衡法计算各组边坡参数样本对应的安全系数。

最后,从参数样本中随机抽取 $10n$ 组,用于对 RBF 神经网络进行训练,用余下的参数样本对 RBF 神经网络进行测试。通过试算法确定 RBF 神经网络的相关参数,使所建立的神经网络模型对测试样本具有最佳预测效果。

3 可靠度分析的模糊点估计法

3.1 参数的模糊截集处理

岩土体的黏聚力和内摩擦角等参数多服从正态分布,视其为模糊随机变量时,可用正态分布隶属函数进行描述:

$$\mu_A(x) = \frac{\exp\left[-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] - \exp(-k^2/2)}{1 - \exp(-k^2/2)} \quad (3)$$

式中: μ_x 与 σ_x 分别为 x 的均值与标准差; k 为正态模糊隶属函数的形状参数,取值范围在 0.5~3 之间。

根据文献[7],对 x 的正态分布隶属函数取水平为 λ_i ($i=1, 2, \dots, m$) 的截集时,对应区间 $[x_{\lambda_i-}, x_{\lambda_i+}]$ 的左、右端点分别为:

$$x_{\lambda_i-} = \mu_x - \sigma_x \sqrt{-2\ln[\lambda_i + (1 - \lambda_i)\exp(-k^2/2)]} \quad (4)$$

$$x_{\lambda_i+} = \mu_x + \sigma_x \sqrt{-2\ln[\lambda_i + (1 - \lambda_i)\exp(-k^2/2)]} \quad (5)$$

以 x_{λ_i-} 和 x_{λ_i+} 作为 x 在 λ_i 截集上的 2 个抽样值,对 n 个模糊随机变量在 λ_i 截集上的抽样值进行组合,有 2^n 种参数组合。取 m 个不同水平的截集,共计 $m2^n$ 种参数组合。

3.2 点估计法计算可靠度

利用建立的安全系数预测模型对 $m2^n$ 种参数组合进行预测,得到对应的安全系数。对于 λ_i 截集上的 2^n 种参数组合,按照统计矩点估计法^[14],其边坡安全系数的均值 $E(F_{s_i})$ 和方差 $\sigma^2(F_{s_i})$ 分别为

$$E(F_{s_i}) = \sum_{j=1}^{2^n} P_j F_{s_{ij}} \quad (6)$$

$$\sigma^2(F_{s_i}) \approx \sum_{j=1}^{2^n} P_j F_{s_{ij}}^2 - [E(F_{s_i})]^2 \quad (7)$$

式中: $F_{s_{ij}}$ 为 λ_i 截集上第 j 种参数组合对应的安全系数; P_j 为该参数组合的权重系数,由下式确定:

$$P_j = \frac{1}{2^n} \left(1 + \sum_{r=1}^{n-1} \sum_{t=r+1}^n e_r e_t \rho_{rt} \right) \quad (8)$$

式中: ρ_{rt} 为模糊随机变量 x_r 与 x_t 的相关系数;取 x_r 在 λ_i 截集上的区间右端点时, $e_r = 1$, 否则 $e_r = -1$; e_t 的规定与 e_r 类似。

令边坡的功能函数为 $Z = F_s - 1$, 根据可靠度指标的定义, λ_i 截集上的可靠度指标可表示为

$$\beta_i = \frac{E(F_{s_i}) - 1}{\sigma(F_{s_i})} \quad (9)$$

对于 m 个不同水平截集上的参数组合,利用普通加权平均法^[15]可以得到边坡安全系数的总均值 $E(F_s)$ 和总方差 $\sigma^2(F_s)$ 分别为

$$E(F_s) = \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i E(F_{s_i})}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} \quad (10)$$

$$\sigma^2(F_s) \approx \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i \sum_{j=1}^{2^n} P_j F_{s_{ij}}^2}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} - [E(F_s)]^2 \quad (11)$$

进而得到边坡的可靠度指标 β 为

$$\beta = \frac{E(F_s) - 1}{\sigma(F_s)} \quad (12)$$

4 工程实例分析

4.1 工程概况

衡门山位于衡州市柯城区石梁镇,因人工对山体进行开挖形成了裸露高切坡。高切坡近东西走向,坡面呈 3 级台阶分布(见图 3)。从下往上,第 1 个坡面高约 10 m,坡比约 1:1.2;第 2 个坡面高约 5 m,坡比约 1:0.6;第 3 个坡面高约 10 m,坡比约 1:1.7。高切坡的表层以碎石土为主,碎石含量占 40%~60%,成分为强风化泥岩和粉砂岩,粒径为 1~20 cm,多呈菱角状,无分选。碎石土的厚度沿坡面变化较大,0.5~7.2 m 不等。高切坡的中层为强风化泥质粉砂岩,岩石风化强烈,原岩结构大部分已破坏,岩体呈块状及碎裂状。高切坡的下层为中风化泥质粉砂岩,岩石硬度较大,完整性较好。碎石土和强风化岩层的土性参数统计详见表 1,表中碎石土的黏聚力 c_1 和内摩擦角 φ_1 、强风化岩的黏聚力 c_2 和内摩擦角 φ_2 均为独立正态模糊随机变量,碎石土的重度 γ_1 和强风化岩的重度 γ_2 均视为常量。由于在山体南部拟建房屋,须对高切坡的稳定性进行研究。

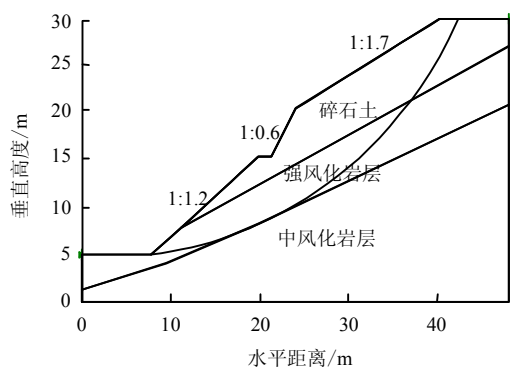


图3 衡门山高切坡计算剖面
Fig.3 Calculation profile of high cutting slope at Hengmenshan

表1 土性参数统计

Table 1 Statistical characteristics of soil parameters

岩性	重度均值 (kN/m^3)	黏聚力/ kPa		内摩擦角/($^\circ$)	
		均值	标准差	均值	标准差
碎石土	20	15	2.58	20	3.1
强风化岩	21	25	4.60	25	3.0

4.2 边坡稳定性分析

4.2.1 确定性分析

暂不考虑参数的模糊随机性,利用 M-P 极限平衡法对边坡进行确定性分析,考虑圆弧滑面破坏模式。得到边坡的安全系数为 $F_s=1.129$,坡体的滑动发生在碎石土层和强风化岩层,滑动面(图3中曲线)由坡顶贯穿至坡脚并与中风化岩层顶面相切。

4.2.2 可靠性分析

根据表1中黏聚力和内摩擦角的分布特征,由 LHS 法产生 48 组参数样本,利用 M-P 极限平衡法求解对应的安全系数。随机抽取其中的 40 组参数样本对 RBF 神经网络进行训练,用余下的 8 组进行测试,建立边坡安全系数的神经网络预测模型。表2为所建模型对测试样本安全系数的预测效果,表中同时还给出了采用 BP 神经网络得到的预测结果。

表2 预测值与目标值对比
Table 2 Comparison between predictions and target values

样本编号	计算值	RBF 神经网络		BP 神经网络	
		预测值	绝对误差	预测值	绝对误差
1	1.108	1.109 8	0.001 8	1.115 0	0.007 0
2	1.097	1.096 0	0.001 0	1.103 8	0.006 8
3	1.004	1.005 1	0.001 1	1.009 9	0.005 9
4	1.149	1.147 9	0.001 1	1.148 6	0.000 4
5	1.174	1.174 6	0.000 6	1.169 9	0.004 1
6	1.223	1.219 8	0.003 2	1.214 5	0.008 5
7	0.999	1.001 7	0.002 7	1.003 6	0.004 6
8	0.833	0.832 9	0.000 1	0.842 9	0.009 9
平均值			0.001 5		0.005 9

表2中,RBF神经网络对8组测试样本的预测效果明显比BP神经网络的预测效果好。RBF神经网络的预测值与安全系数计算值之间的最大绝对误差为0.003 2,平均绝对误差仅为0.001 5,这表明所建立的RBF神经网络模型对安全系数具有较高的预测精度,可以用于后续分析。

用正态分布隶属函数处理 c_1 、 φ_1 和 c_2 、 φ_2 ,根据土性参数的勘察资料取形状参数 $k=2$,考虑9个截集水平:0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9,采用改进模糊点估计法计算边坡的可靠度,结果见表3。表中同时给出了传统模糊点估计法(即对 $9 \times 2^4=144$ 种参数组合逐一进行极限平衡分析)的计算结果。

表3 可靠度指标计算结果

Table 3 Calculated results of reliability index

截集水平	传统模糊 点估计法	改进模糊 点估计法	绝对误差	相对误差 /%
0.1	0.676 0	0.675 0	0.001 0	0.147 9
0.2	0.760 3	0.764 6	0.004 3	0.565 6
0.3	0.851 3	0.857 2	0.005 9	0.693 1
0.4	0.956 8	0.960 6	0.003 8	0.397 2
0.5	1.084 6	1.084 2	0.000 4	0.036 9
0.6	1.248 0	1.242 6	0.005 4	0.432 7
0.7	1.482 7	1.465 6	0.017 1	1.153 3
0.8	1.862 8	1.828 1	0.034 7	1.862 8
0.9	2.694 6	2.627 3	0.067 3	2.497 6
整体	1.238 5	1.244 1	0.005 6	0.452 2

表3中,无论是各截集水平上的可靠度指标还是边坡的可靠度指标,改进模糊点估计法与传统模糊点估计法的计算结果均十分一致,两者的绝对误差与相对误差均较小,满足精度要求。且改进模糊点估计法只需对48组边坡参数进行极限平衡分析。改进方法的可靠性与可行性均得到了验证。

综合考虑确定性分析与可靠性分析的结果:

$F_s=1.129$, $\beta=1.244 1$ (对应的 $P_f=10.673 1\%$),判断该边坡的安全储备不足,存在一定的失稳可能性,会对拟建房屋构成安全隐患,需采取相关治理措施。

4.3 截集数目 m 对边坡可靠度的影响

受计算工作量和计算时间的约束,传统模糊点估计法所取的截集数目 m 通常不超过10。而式(10)、(11)中,截集数目 m 越大,加权平均的范围越广,总均值 $E(F_s)$ 和总方差 $\sigma^2(F_s)$ 的结果越趋于稳定,从而由式(12)得到的边坡可靠度指标 β 可能越精确。而改进模糊点估计法中,边坡安全系数的预测模型一旦建成,可以在1 min内对大批量的边坡参数样本进行预测,模糊截集数目的增加并

不会加大实际的计算工作量(用极限平衡法进行确定性分析的工作量)和计算时间。为此,采用改进模糊点估计法对截集数目 m 与可靠度指标 β 的关系进行研究。为方便与表3中的计算结果进行比较,将截集水平限定在 0.1~0.9 范围内,取 m 分别为 5、10、15、20、25、30。得到边坡可靠度指标、失效概率与截集数目的关系曲线如图4所示。

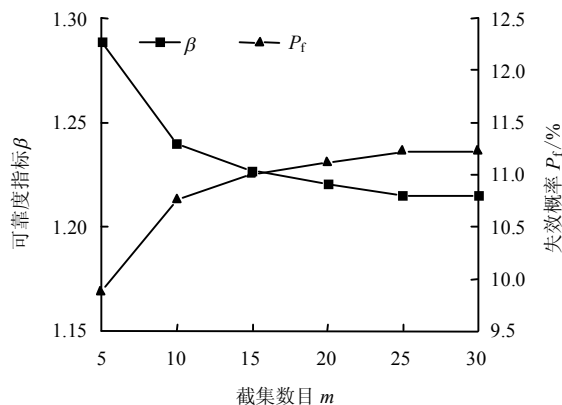


图4 可靠度指标、失效概率与截集数目的关系
Fig.4 Relationships among β , P_f and m

图4中,截集数目 m 较小时,边坡的可靠度指标 β 较高,失效概率 P_f 较低;随着 m 的增加, β 降低, P_f 增加,且变化趋势逐渐减缓。当 $m=25$ 时, $\beta=1.2150$, $P_f=11.2183\%$;当 $m=30$ 时, $\beta=1.2147$, $P_f=11.2240\%$; $m=25$ 与 $m=30$ 时的边坡可靠度计算结果十分接近,可以认为此时 β 与 P_f 已接近收敛。取 $m=25$ 对应的结果与表3中 $m=9$ 时改进模糊点估计法的计算结果比较, β 降低 0.0291, P_f 增加 0.5452%,这表明改进模糊点估计法可以通过增加截集数目 m 来提高可靠度的计算精度。建议采用 $m=25$ 得到的 β 与 P_f 作为该边坡的可靠性分析结果。

4.4 各变量的模糊随机性对可靠度的影响

为分析 c_1 、 φ_1 和 c_2 、 φ_2 各自的模糊随机性对边坡可靠度的影响,考虑4种情况:① φ_1 、 c_2 、 φ_2 为模糊随机变量, c_1 取均值;② c_1 、 φ_1 、 φ_2 为模糊随机变量, c_2 取均值;③ c_1 、 c_2 、 φ_2 为模糊随机变量, φ_1 取均值;④ c_1 、 φ_1 、 c_2 为模糊随机变量, φ_2 取均值。用改进模糊点估计法计算 $m=25$ 时各种情况对应的边坡可靠度,结果见表4。

将表4中情况①~④的计算结果依次与情况⑤的结果对比,得到 c_1 、 φ_1 、 c_2 、 φ_2 的模糊随机性对边坡可靠度的影响程度由大到小依次为: $\varphi_2 > c_2 > \varphi_1 > c_1$ 。这表明强风化岩层的黏聚力和内摩擦角的模糊随机性对边坡可靠度的影响较大,在分析中必须加以考虑。碎石土层黏聚力和内摩擦角的模糊随

机性对边坡可靠度的影响相对较小,可以适当加以考虑。

表4 不同情况下的可靠度计算结果

Table 4 Reliability results calculated under different conditions

情况	模糊随机变量	可靠度指标	失效概率/%
①	$\varphi_1, c_2, \varphi_2$	1.215 3	11.212 6
②	$c_1, \varphi_1, \varphi_2$	1.472 8	7.040 2
③	c_1, c_2, φ_2	1.282 6	9.981 6
④	c_1, φ_1, c_2	2.045 7	2.039 3
⑤	$c_1, \varphi_1, c_2, \varphi_2$	1.215 0	11.218 3

4.5 讨论

改进模糊点估计法可以通过增加截集数目来提高计算精度,但截集数目如何确定是一个重要的问题。由于算例边坡的计算剖面及参数分布特征具有一定的代表性,仍以其为研究对象,考虑另外两种情况:① c_2 和 φ_2 为模糊随机变量,其他参数取均值;② c_2 、 φ_2 和 γ_2 (假设 γ_2 的变异系数为 0.1) 为模糊随机变量,其他参数取均值。采用改进模糊点估计法计算不同截集数目下的边坡可靠度指标与失效概率,结果见图5。

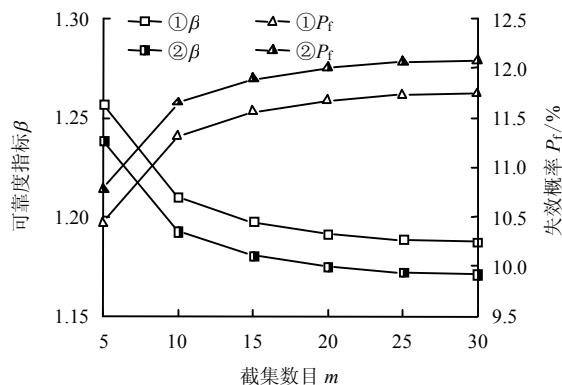


图5 不同模糊随机变量下可靠度指标、失效概率与截集数目的关系

Fig.5 Relationships among β , P_f and m with different fuzzy-random variables

图5中 β 与 P_f 随 m 的变化趋势与图4基本相同, $m \geq 25$ 时,曲线接近于水平直线,计算结果基本收敛。这表明对于含有 2~3 个模糊随机变量的边坡,采用改进模糊点估计法计算可靠度时,亦可取 $m=25$ 。此外,对比图中的两组曲线,可以发现,考虑强风化岩层重度的模糊随机性会降低边坡的可靠度指标,增加失效概率,但影响程度相对较小。

5 结论

(1) 本文在传统模糊点估计法的基础上提出了

边坡稳定分析的基于神经网络的改进模糊点估计法。通过采用 RBF 神经网络建立边坡安全系数的预测模型,对各截集上的参数组合进行安全系数预测,该方法只需对少量的神经网络训练样本进行极限平衡分析,极大地减少了计算工作量,提高了计算效率。

(2) 在采用同样的截集数目和模糊随机变量的条件下,本文方法得到的边坡整体可靠度和各截集上的可靠度与传统模糊点估计法的计算结果十分一致,表明本文方法是可行的。

(3) 对于算例边坡,取截集数目为 25 得到的边坡可靠度结果比取截集数目为 9 (传统模糊点估计法通常所取截集数目) 得到的结果更精确,表明本文方法通过增加截集数目提高了计算精度。

(4) 对于含有 2~4 个模糊随机变量的边坡,改进模糊点估计法所需要的截集数目 m 均可取为 25。

参考文献

- [1] 谭文辉, 蔡美峰. 边坡工程广义可靠性理论与实践[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [2] 张永杰, 李侑军, 李邵军, 等. 边坡模糊可靠性分析隶属函数取值界限研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(4): 1157—1163.
ZHANG Yong-jie, LI You-jun, LI Shao-jun, et al. Study of boundaries of membership function values for slope fuzzy reliability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(4): 1157—1163.
- [3] 吴振君, 汤华, 王水林, 等. 岩土样本数目对边坡可靠度的影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊 1): 2846—2854.
WU Zhen-jun, TANG Hua, WANG Shui-lin, et al. Influence of number of geotechnical samples on slope reliability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2013, 32(Supp.1): 2846—2854.
- [4] 蒋建群, 徐辉. 边坡稳定模糊随机可靠度评价及其应用[J]. 水力发电学报, 2006, 25(4): 126—130.
JIANG Jian-qun, XU Hui. Reliability analysis of slope stable capacity based on fuzzy probability[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2006, 25(4): 126—130.
- [5] 吕玺琳, 钱建固, 吕龙, 等. 边坡模糊随机可靠性分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(12): 3437—3442.
LÜ Xi-lin, QIAN Jian-gu, LÜ Long, et al. Fuzzy stochastic reliability analysis of slopes[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(12): 3437—3442.
- [6] 谭晓慧, 王建国, 胡晓军, 等. 边坡稳定的模糊随机有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 991—996.
TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo, HU Xiao-jun, et al. Fuzzy random finite element reliability analysis of slope stability[J]. **Chinese journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(7): 991—996.
- [7] 王宇, 贾志刚, 李晓, 等. 边坡模糊随机可靠性分析的模糊点估计法[J]. 岩土力学, 2012, 33(6): 1795—1800.
WANG Yu, JIA Zhi-gang, LI Xiao, et al. Fuzzy random reliability analysis of slope based on fuzzy point estimate method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(6): 1795—1800.
- [8] MCKAY M D, BECKMAN R J, CONOVER W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. **Technometrics**, 1979, 21(2): 239—245.
- [9] 吴振君. 土体参数空间变异性模拟和土坡可靠度分析方法应用研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2009.
- [10] 张璐璐, 张洁, 徐耀, 等. 岩土工程可靠度理论[M]. 上海: 同济大学出版社, 2011.
- [11] 左育龙, 朱合华, 李晓军. 岩土工程可靠度分析的神经网络四阶矩法[J]. 岩土力学, 2013, 34(2): 513—518.
ZUO Yu-long, ZHU He-hua, LI Xiao-jun. An ANN-based four order moments method for geotechnical engineering reliability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(2): 513—518.
- [12] 何婷婷, 尚岳全, 吕庆, 等. 边坡可靠度分析的支持向量机法[J]. 岩土力学, 2013, 34(11): 3269—3276.
HE Ting-ting, SHANG Yue-quan, LÜ Qing, et al. Slope reliability analysis using support vector machine[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(11): 3269—3276.
- [13] 毕卫华, 谭晓慧, 侯晓亮, 等. 基于 RBF 神经网络的边坡稳定可靠度分析[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(2): 423—428.
BI Wei-hua, TAN Xiao-hui, HOU Xiao-liang, et al. Reliability analysis of slope based on RBF neural network[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2010, 6(2): 423—428.
- [14] ROSENBLUETH E. Point estimates for probability moments[J]. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, 1975, 72(10): 3812—3814.
- [15] 杨松林. 工程模糊论方法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.